数理易学

申明：本书由《三变数》文化传播（http://www.3variables.sg）自网络收集整理制作，

仅供预览交流学习使用,版权归原作者和出版社所有,如果喜欢,请支持订阅购买正版。

数理易学

第一节 先天易是二进位体系

一、二进位制的定义

易与二进位制问题的讨论，实际上是关于自然数记数法讨论。

二进位制是最简单、最基础的计数方式之一。生活中对二进制的掌握与运用，只须有一定的同异判别能力即可，对智力水平的要求比十进制低得多。不能因为电子产品广泛应用二进制逻辑最简单、最基本的特性而将它神秘化。

什么是二进位制呢？首先要搞清楚的是：什么是自然数？

下面我们从自然数及自然数记数法的一般定义出发，进行说明。自然数两种基本定义：一称为基数定义，表示个数；一称为序数定义，表示顺序关系。

基数就是带单位的数量，是相对直观的概念，反映一种原始的抽象思维，记录实物对象的重复量，离不开实物对象，只需数个数的水平，如结绳计数，尚不需形成整体意识，对心智比较也不需有过多的要求，就像儿童都有过认得一些零散的数（个数），但分不清大小的经历一样，在人类掌握排序概念以前，基数概念是最原始的数的概念。基数定义的自然数没有排序功能，排序的概念则隶属于自然数的序数定义。这是自然数的两重天然属性。一般认为，在19世纪下半叶之前，数学界对其中的区别并没有清晰的认识。

顺序关系是自然数序数定义的核心。对序数的认识和运用是人类智力水平的又一次飞跃。基数是实物对象的简单影射，序数则摆脱了实物对象的约束，需要比基数更进一大步的抽象能力和比较能力，并有自觉的全域观念。

任何用来表示顺序的符号都是序数表示式，对使用者来说，都是自然数。如A、B、C、D，甲、乙、丙、丁，在生活中常用以表示顺序，这时就属于数的范畴，都是序数表示。甚至如座位三排五号也是序数，这种计数方法属于自然数表示方式中的非位值进位制，它的位值用专用符号“排”和“号”来表示。可见，用来表示个数或序的符号都是自然数。

根据符号的内部结构，自然数的表示法可分为非进位制、特殊位值进位制和位值进位制。非进位制是自然数的最原始的表示法，如简单结绳计数形式。特殊位值进位制是指使用了进位的概念但借助专用记号表示位值，没有通用的位值概念。如上面提及的三排五号就是这种表示法，‘三’与‘五’是不同位上的值，这里使用了进位的概念，并借助专用符号‘排’来表示进位，而不是直接利用基本符号本身的位置关系来表示进位，因此称为非位值进位制或特殊位值进位制。由于受专用进位符号的制约，这种表示法使用起来有明显的局限性。古代的很多计数法如埃及、希腊、罗马的计数法都属于这类进位制。比如古希腊半岛采用 2 7 个字母计数法，从1-9用九个字母表示，10-90 再用另外九个字母表示，100-900用剩下的九个字母表示，这种笨拙的特殊位值十进制计数法一直延续到文艺复兴前夕。

位值进位制是先进的表示法，顾名思义，直接利用基本符号本身的位置关系来表示进位，即“它用同样的符号利用位置关系表示高位值”，因此称为位值进位制。由于使用了位值的概念，位值进位制原则上可以把自然数推至无穷而不会出现逻辑困难。用十个基本符号来表示就称为十进位制，用两个基本符号来表示就称为二进位制。

二、与二进位制定义相关的几个容易混淆的概念辨析

由于所有数系的基础都是对象的可数性或有序性即自然数，因此自然数记数法随着数系的扩充，依次可以自然而然地成为整数、有理数、实数和复数的记数方式。对同一个数系来说，不同的记数方式是等价的，数系与记数方式之间不存在相互约束的关系。

在讨论周易与二进位制这个问题时，二进制算术是一个常出现的提法，但它是一种概念不清的错误提法，因为算术法则是来自数系自身的逻辑内涵的一种操作规定，只与数系自身有关，与记数法则毫无关系。采用同样的记数法，只须对数系的定义进行一些简单修改，它的算术就会面目全非。可见，在讨论是否使用过二进制记数法这一问题的时候，把四则运算作为评判条件是错误的。

另外，有人以是否存在用二进制表示的小数作为二进制发明的判据，显然也是错误的，因为记数法与数系之间不存在相互约束的关系，小数的发明远在十进位制之后就是一个例子。

值得一提的还有二进制的基本符号问题。二进制记数法的基本符号只需且只能有两个基本符号，而这两个符号可以是约定的任意字符，0 和 1 仅仅是符合要求的任意符号组合中的一组而已，这也是很容易引起想当然的误会。也许是因为我们对阿拉伯数字太熟悉了的缘故，常常会误解只有写成0和1形式的符号系列才是二进位制形式。其实，为了避免与十进制阿拉伯数字符号混在一起，现代运用中更多的是采用T(true)和F(false)或L(left)和R(right)作为基本符号。

三、先天易是二进位制体系

首先，让我们来总结一下成为二进位制的条件是什么？

1．必须符合自然数定义，即必须是用来表示数量关系或顺序关系的符号体系。

2．基本的符号是不是只有两个？

3．必须符合位值进位制的定义，即是否“用同样的符号利用位置关系表示高位值”，而不是另外引入专用进位符号？

以上三个条件是一个符号体系称为二进位制体系的充分条件。现就上述条件逐一讨论。

1．邵雍先天易是用来表示抽象顺序关系的符号体系。

这一点取得了几乎完全的共识，看到图就知道，这是非常显然，无法辩驳的，几乎所有的反对者都承认这一点。现最流行的观点是西方汉学家葛兰言提出来的，他断言是碰巧而不是有意排出来的抽象顺序，那也许是他没有阅读原著的结果。因为伏羲卦图称为伏羲八卦次序和伏羲六十四卦次序，图名为次序，有什么理由说他们不是主观上有意的排序？自邵雍以来，几乎所有的易书对此都做了或繁或约的阐述，现举朱熹对伏羲六十四卦次序图的说明如下：

朱熹答袁枢曰：

若要见得圣人作易根原，直截分明，不如且看卷首横图，自始初只有两画，渐次看起，以至生满六画之后，其先后多寡，既有次第，而位置分明不费词说，于此看得方见六十四卦全是天理自然挨排出来，圣人只是见得分明，便只依本画出，元不曾用一毫智力添助。盖本不繁智力之助，亦不容智力得以助于其间也。　大家注意其中的“其先后多寡，既有次第，而位置分明不费词说，于此看得方见六十四卦全是天理自然挨排出来”，说的就是先天易图排列法则是依照大小多寡一个挨一个地排出来的，强调了其中的数(序号)意义。

2．邵雍先天易图只用两个基本符号即阴与阳来表示。

这是主要误会所在，误以为必须是 0 和 1 才是二进制，甚至认为必须用1代替“—”、0代替“--”才能称为二进位制。尽管北宋以来有不少中国古代学者对二进位制的简单换算性质作了叙述，但与其它计数方式的换算不是二进位制自身是否成立的前提。

3．邵雍先天易图无须引入专用进位符号，直接利用阴阳爻的相对位置表示位值，也就是说，利用了位值的概念。以往几乎没有人注意到这个问题。

可见，邵雍先天易是用“—”和“--”这两个基本符号构建的序数体系，二进位制记数法是先天易的逻辑基础。

第二节 先天易是专门定义的抽象数

我们知道，中国数学史所讨论的内容基本上都属于算术范畴，在古代被称为算学，即布算之学，重于计算技巧。而中国古代数学是专指邵雍为代表的研究传统，即通过对抽象数的研究来探寻宇宙万事万物的内在逻辑。俗言中心中有数、定数就是这个数。伊川说："数学至康节始入理也。"《四库全书提要》评述道："物生有象，象生有数，乘除推阐，务完造化之源者，是为数学。"就是说：主张物的产生必有象为先导，象的产生必有数为基础，对数的关系进行深入探究，以达到穷尽造化演化规律的学问称为数学。上海古籍出版社《四库术数类丛书》出版说明指出："(数学)实际是指据《周易》阴阳奇偶之数推衍出来的象数说。"

邵雍是如何看待数的呢？《观物外篇》说：

易有内象，理数是也；有外象，指定一物不变者是也。

自然而然不得而更者，内象内数也，他皆外象外数也。

此就是说，象数可分两大类：一是内象，用以表示内在的理数；一是外象外数，用以表示外在的具体事物及其相关的数据。前者指奇偶变化的法则，后者指天地风雷等变化的形迹。实际上，中西古代数学史所讨论的数都是具体的数量，都是带单位的数，即这里的外数。理数之称，强调数自身的内在逻辑性不是人的主观所能安排或改变的，此即"自然而然不得而更者"，故称其为内数，他把内数所具备的内在的数理逻辑称为"自然之道"。

换句话说，理数即是用于说理之数，强调其数之理，说明这种数的主要特征是具有内在的逻辑性。内数，指阴阳逻辑系统，用以研究事物的内在所固有的数理逻辑。从数学学派的著作中可以看出两种内涵都有而前者是根本。中国数学史上的内学和外学之分，常常是建立在这种概念基础上的。研究抽象数理逻辑的数学称为内学，而研究具体数量关系的算学称为外学。邵雍特地将体现"自然之道"的内数即数理逻辑与通常所用的"指定一物不变"的指实数区别开来是有其目的的，其目的是要将他所倚重的内数即数理逻辑发扬光大，做为他理论的基石。

邵子将数分成内数与外数两种性质完全不一样的系统，在数学史上是一个独具慧眼的发现。根据抽象数学发展的需要，现代数学中把数分为抽象数(即不名数Abstract Number)和名数(Concrete Number）两类（见（台）《中山自然科学大辞典》第二册《数学》P33～78）。抽象数（不名数）的定义是：　"任意单纯的数，与任何特别的事物无关，除非这些事物具有数的性质，主要用以表示与名数的差别。"而名数的定义是："一数附于特别的事物或单位，例如三个人或三小时等，此数及其所涉及者并称为名数。"

这种划分与邵雍关于内数与外数的划分基本上是一致的，邵雍定义中的外数是"指定一物而不变者"，就是现代定义中的名数；而内数是用以表达数之理，其定义除了与抽象数的定义一样强调"与任何特别的事物无关"之外，还侧重强调其逻辑具有浅显(自然而然)而严密(不得更者)的特征，表明它主要是用来探寻事物的内在规律性(自然之道)。内外数的划分，标志着中国中古时期存在相当成熟的理性思考，增添了传统科学中研究抽象关系的纯粹科学特色。邵雍开创的学术传统，被称为数学。《四库全书》列有数学专目，而《古今图书集成》也有理数部，专门收集数学学派代表作。

第三节 关于二进制序数换算问题的讨论

邵子先天易作为二进位制序数体系无疑是成立的，就像不能说只把写成阿拉伯数字形式才算是数字一样，无论从何角度也不要求非得把它换算成十进制不可。

理数是序数体系，有别于通常所用的基数体系。在介绍相关换算之前，有必要介绍两者在计数方式上的微小差别。基数从"没有"（0）开始，序数从"第一"开始。在十进位制表示中，从0到9十个基本记号来自基数的自然表达，对应于序数则是从第一（即以第"零"为一）到第十。同样的基本记数符号所代表的序数比基数多1,即n进制中符号系列a1a2…am所代表的序数为（a1a2…an）n+1。这

种概念上的区别有非常明确的物理意义，如状态函数ψ(000)代表第一个状态（基态）。

先天易是以太极(阳)为基础构造的系统演化理论， 在阴阳的关系上邵雍《观物外篇》指出：

阳不能自立，必得阴而后立，故阳以阴为基。阴不能自见，必待阳而后见， 故阴以阳为唱。

邵雍数学学派以数为出发点，理从数中来。因此这里首先讲数（阴阳）的关系。根据阴阳特性和“一每生二，自然之理”法则，阳爻相当于零值，阴爻相当于位值。 “阳以阴为基”是说假如没有阴爻在高位，阳爻的个数对序的大小不产生影响，即高于位值（阴）的零值符号（阳）对序没有贡献，所以称阳爻以阴爻为基。例如：阴“- -”其对应序数为2，即(1)2＋1＝2；“兑”亦对应于序数2，即(001)2＋1＝2。

“阴以阳为唱”是说低位的阳爻高位的阴爻代表的位值倍增。例如：阴“- -”其对应序数为2，即(1)2＋1＝2；“巽” 其对应序数为5，即(100)2＋1＝5。

两句话说的是阴爻与阳爻在构成二进位制数的具体过程中表现出来的相互依存的两种不同的作用。即以阳为0，以阴为1高位在下的二进位制自然数。在《皇极经世书》中，“唱”与“和”均通用为相乘算法。下面我们从一个有趣的例子来介绍先天易中对二、十进制换算的处理。南宋张行成在《易通变》(又名《皇极经世通变》)卷一中说：

乾兑离震巽坎艮坤者，名也，名所以表其德；一、二、三、四、五、六、七、八者，数也，数所以定其位。位者，体也，故有位斯有卦；德者，用也，故有卦斯有爻。 卦者，体也；爻者，用也。先天图反观之则乾一、巽二、离三、艮四、兑五、坎六、震七、坤八。乾坤坎离四卦不变，余四卦则震艮巽兑互相易矣。天之一、三不变，二、四变；地之六、八不变，五、七变。

卷三十八则有如下论述：

卦自内观之，则乾一、兑二、离三、震四、巽五、坎六、艮七、坤八；卦自外观之， 则乾一、巽二、离三、艮四、兑五、坎六、震七、坤八。

先天卦数即大家都很熟悉的乾一、兑二、离三、震四、巽五、坎六、艮七、坤八。 张行成说，从内往外读，即初爻为高位，卦的理数值是这个结果。假如反过来，自外往内读， 即上爻为高位，则是乾一、巽二、离三、艮四、兑五、坎六、震七、坤八。

下面依上述“阳以阴为基， 阴以阳为唱”的规则，转换成十进制值。若高低位的规定对换，则乾坤坎离四卦表示值不变，而震与艮、 巽与兑的表示值互相交换。

乾(000) 2＋1＝1；
坤(111) 2＋1＝8；
坎(101) 2＋1＝6；
离(010) 2＋1＝3；
震由(011) 2＋1＝4变成(110) 2＋1＝7；
艮由(110) 2＋1＝7变成(011) 2＋1＝4；
巽由(100) 2＋1＝5变成(001) 2＋1＝2；
兑由(001) 2＋1＝2变成 (100) 2＋1＝5。

第四节 先天易二进位制的两种典型观点

一、王夫之斥先天易沦为算士铢积寸垒的小术

现代人对先天易卦衍生序的讨论都尽量限制在哲学范围之内。而从我们上面的讨论中可知，先天易卦符号首先是数的符号，然后在此基础上讨论包括哲学在内的其它问题。先天易符号二进位制数结构对明清学者来说是简单的事实。他们分歧的焦点在于强调二进位制数结构的先天易模型能否规范万物万象。作为邵雍数学学派的主要反对者，王夫之在评论邵雍以加一倍法演先天易时说：

教童稚知相乘之法则可，而与天人之理毫无可取。使以加一画即加一倍言之，则又何不可加为七画以倍之为一百二十八，渐加渐倍，亿万无穷，无所底止，又何不可哉？不知《易》但言四象生八卦，

定吉凶，生大业，初不可损羲爻，益而为四爻，五爻。此乃天地法象之自然，事物通变之定数，不可以算士铢积寸垒，有放无收之小术，以乱天地之纪也。

邵雍、蔡西山之道，可勿仅以数学名也。始姑就之，天下趋焉；终遂耽之，大道隐焉。（《续春秋左传博议》卷下）

在他看来，先天易仅仅是算博士“铢积寸垒，有放无收”的雕虫小技而已，与大道无涉，也正是由于过分强调二进位制数学特性而失去了诠解大道的资格。

二、汪莱从Ｐ进制角度论证二进制的优越性

汪莱是清朝乾嘉时期杰出的数学家，也是中国古代著名的数学家。著有《衡斋算学》七卷、《衡斋遗书》九卷。因不满考据家因循复古的陈腐风气，郁郁不得志，以致英年早逝。

当时考据家以非两汉正统为由对邵雍数学学派进行全面否定，而从汪莱数学名著《参两算经》则可以看出他对邵雍观物思想和先天易情有独钟。

《参两算经》全文不足千字，分为《原始》、《立纲》、《汇奇》、《列偶》、《会归》，最后为《参两数说》，共六部分。文字极为凝炼，其中《原始》、《立纲》、《会归》各仅仅３０余字。

其中《原始篇》曰：

端居观物，情契先天，见象数之纷纭，其可断者不外乎参两，乃著之则以示来者。

此篇为前言，讲明此算经的写作目的。在当时观物之学极为尴尬的形势下，“端居观物，情契先天”八个字包含的情感非同一般。

《立纲篇》：

立数在十，算如常法。或上或下，逢身进位。立法少实，即命为法，立法过实，盈实进一。大纲若此，诸数以定。

此为算法总纲，讲任意进制的乘除法及整除性法则。《汇奇篇》和《列偶篇》则分别为奇数进位制与偶数进位制的乘除法及整除性研究。

《会归篇》是本经的结论部分：

曰参曰两乃数之原。立数于参，二乘一一。立数于两，一乘不烦。是以生诸数之法而不受裁于法。

通过上面的讨论，结论是二进制乘法口诀最简单，只需一算式，即一乘一等于一，并强调了二、三进位制的优越性，推之为“乃数之原”，旨在阐述他对“参天两地而倚数”的数学理解。

天津师范大学李兆华教授对汪莱数学著作有深入的研究，他在《汪莱〈递兼数理〉、〈参两算经〉略论》（吴文俊主编《中国数学史论文集（二）》）一文的最后指出：

《参两算经》一书，提出了采用各种进位制的原则是“审法与数之宜”以求运算的简便与结果的准确，足见汪氏治算观点之高。汪氏又具体地给出2≤p≤10时各种进位制中的乘除表并深入地讨论了p进制中的“整除性”问题，在中算史上是空前的。p进制的研究是随着本世纪四十年代电子计算机的产生而发展起来的，而中国的数学家在电子计算机产生之前一百余年对p进制的运算和理论达到如此熟练与深入，实在是值得骄傲的事情。

最后应该指出，这两篇著作都涉及到《易经》。《易经》究竟给予汪氏怎样的启发?怎样评价《易经》的这种影响?这是中国数学史研究中一个带有普遍性的问题。这个问题需要哲学史与数学史工作者共同努力才能给出实事求是的回答，本文姑从略。

尽管在上述论文中，作者刻意回避二进位制问题及相关评论，但是，从汪莱原著中我们不难看出，二进位制是《参两算经》的一个核心而且与邵雍先天易有千丝万缕的关联。

第五节 从皮亚诺序数公理出发论证先天易是完备的二进位制

邵雍数学学派发现并广泛使用二进位制是不必费多少笔墨就能说清楚的事实，本文的主要目的在于从序数公理出发论证邵子先天易是完备的二进位制序数体系。序数体系的建立是抽象数学的基础。邵子先天易是第一个有明确定义的序数体系，也就是第一个抽象数学体系。

自然数的概念在数学上一直被当做最明显，最基本的概念来应用，直到上世纪末，在数学的公理

化方法发展的影响下，才提出“自然数是什么”的问题。基于自然数的两种功能层次，即表达个数的概念和表达顺序的概念，19世纪末出现了著名的康托尔基数公理和皮亚诺序数公理，从数学逻辑的角度对什么是个数和什么是顺序号作出定义。

大家都知道，个数和顺序都是显而易见的概念。但从文明发展的角度来说，异同概念的出现是理性的起点，个数概念的出现是一个巨大进步，顺序概念的出现又是一个巨大的进步。对个数（基数）和顺序（序数）作出规范定义将大大方便文明史的研究，也有助于抽象数学本身的发展。

基数就是个数，是最原始的、很直观的数的概念，判断掌握基数概念的标准是只需有一一对应地数个数能力，尚不要求形成整体意识，也不要求有一般的比较概念。自然数的基数理论，即康托尔基数公理，是以集合和一一对应的概念为基础来定义的。由于在定义中不能隐含顺序概念在里面，使用集合的概念来定义是非常巧妙的，但也相当拗口。

给定两个集合Ａ、Ｂ，如果存在一个规则ｆ，对Ａ中的每一个元素ａ，在Ｂ中唯一确定ｂ（即ａ在ｆ下的像），而Ｂ中任一元素ｂ均由Ａ中某一相应元素ａ唯一确定，那么就说ｆ是Ａ到Ｂ的一个一一对应。存在一一对应的两个集合称为等价的，取定一个集合Ａ，把所有与Ａ等价的集合放在一起，作成一个集合的类Ｗ，Ｗ中所有集合所共有的属性称为Ａ的基数，简言之，类Ｗ本身就称为Ａ的基数。集合的基数实际上就是集合中元素的个数。

自然数的序数理论是利用两个的基本概念第一个(first)与下一个(next)以及四个公理来定义的。第一个通常可以记为１，不过不如记为n0更有普遍意义。所谓自然数（序数），是指满足以下性质的集合Ｎ中的元素：

１）n0是Ｎ的一个元，它不是Ｎ中任何元的后继者，若n的后继者用n＋来表示，则对于Ｎ中的任意元n，n＋不等于n0。（注：n0是指定的顺序起点而不作证明）。

２）对于Ｎ中任意元n，存在而且仅存在一个后继者n＋。

３）对Ｎ中任何两个元n和m，若n＋＝m＋，则n＝m.

４）Ｎ的一个子集Ｍ，若具有以下性质：

① n0属于Ｍ；

② 对于任意m属于Ｍ，必有m+也属于Ｍ；则Ｍ＝Ｎ

皮亚诺公理指出，要建立一个顺序概念首先要选定一个顺序的起点“第一个”(first)，其次需要规定一个顺序操作“下一个”(next)或称为“后继者”，有了这两个概念，就能定义一个序列，也就是序数。序数概念是现代数学的基础概念，具有广泛的适用性。

下面以排队为例对皮亚诺公理进行说明，理论上队列可以无穷长。其中公理一是说：第一个是绝对的，不能存在“第一个”的上一个，比如排队时你排在前面第一个，就意谓着队列中没有比你排在更前面的。

公理二是说：队列中任何人的下一个必有但也只能有一个，不能多个 。

公理三是说：对任何人来说，如果他后面一个位置的序号已经知道（确定），那么他本身的序号也就定了。

公理四是说：假如原来队列的第一个另排一行，第一个的“下一个”，“下一个”的“下一个”全部依次跟过来，那么新队列和老队列是等价的。

这样定义的自然数称序数，以区别前者定义的基数，是专门针对“第几”这个问题而定义的。基数起于感性量的简单同异比较，用于描述感性的、形象的数量，而序数是基数的进一步抽象，是思维进一步发展的产物，用于描述理性的、抽象的关系量。

各种已知的古代数系，基本上都经过从基数到序数的过程，首先用以表示“几个”，然后才抽象出表示“第几个”的涵义。但除了先天易之外，还没有出现经过定义的序数体系。

专门把表示顺序的序数与表示个数的基数从基本定义上区分开来是数学向抽象化发展的要求，也是抽象数概念产生的基础。邵子先天易就是专门定义的序数体系。为叙述方便，用Ｙ表示先天易体系。下面从皮亚诺四个公理出发逐一论证说明先天易符合序数定义，是从序数的角度来定义的。

有明确的顺序起点定义，先天易从乾(太极)开始演化，是序列的起点。

有明确的次序定义，正如朱熹所说的“其先后多寡，既有次第而位置分明，不费词说，”、“全是天理，自然挨排出来”、“无不曾”、“亦不容”、“智力添助”。又是“未知其所穷”的“有放无收”的系统，这就是说，系统Y是依多寡自然挨排即按多寡一个紧挨着一个排出来的排列，元素与元素之间的先后次序是固定不变的，元素的个数又是无穷的，故每个元素y必有固定的唯一的后继者y　＋。

根据Y系统上的特征，每一个后继者y＋，前面必有唯一固定的元素y。这是显然的。

设W是Y的一个子集，即W中的元素全部是Y中的元素，

假定I：乾一(y0)是W中的元素；

II：W中任意元w，其后继者w＋也是W中的元素。

则W与Y等价。

证明：从前提W是Y的一个子集出发得知，W中每一个元素都是Y中元素，不存在属于W而不属于Y的元素。

从假定一得知Y序列的第一个元素y0也是W中的元素，Y中不可能有在y　0前面的

元素，而W中的元素都是Y中的元素，因此W中y　0也是第一个。

根据假定二，W中任意元素的后继者都是W中的元素，从y0出发逐一加一的生成的元素都是W中的元素，同时这本来就是Y的定义，所以Y是W的子集。又前提中W是Y的子集，所以W与Y等价。

由于进位制是自然数自身表达的模式，先天易系统Y是自然数序数系统，在内部结构上，任意大数均表示为奇偶两个符号的迭加，并利用非零符号所在相对位置的不同表示位值的不同。所以先天易系统Y是二进位制自然数体系。为了脱离数量与单位等具体特征的约束，先天易从单纯序数的角度来构建自然数序列，开抽象数学之先声，它的意义必将逐步得到人们的重视。

第六节　《周易》与二进位制问题散记

近数十年来，国内否定周易与二进位制有关的运动有两个学术源头，一个是李约瑟《中国科学技术史》中综述，另一个是80年代英国E. J. 爱顿的一篇短文。之所以称之为运动，那是因为大家似乎都不约而同地隐含着对研读原著的不热心甚至鄙视。下面是有关这个问题的三段笔记，以此献诸同好。

一、葛兰言的碰巧说

从近现代西方学术界的角度看，自从认识二进位制数之伊始，就与《周易》结伴而行。西方第一篇关于二进位制的文章发表于1703年，是莱布尼兹在《皇家科学院纪录》上发表的，标题为《二进制算术的解说》，副标题为“它只用0和1，并论述其用途以及伏羲氏所使用的古代中国数字的意义”，作为对中国哲学的介绍加以高度评价。以后周易与二进制问题作为东方文化的一个特色一直引起西方学者的广泛注意，他们对从浩瀚的易图进行研读，得到了很多有益的成果。一直到本世纪二三十年代，几乎没有人对中国古代二进位制的发明权表示怀疑或商榷。

正如李约瑟所说的，“要是在十多年前，这个论题可能到此就结束了。但是晚近的发展表明，莱布尼兹的二进制算术远远不单纯是历史上一桩奇事而已。”近几十年来由于电子技术中的应用发展使某些西方学者对中国古代发明二进制这一结论越来越不能接受，于是有个宣判性质的工作由汉学家葛兰言先生给出的，在没有研究或者说没有读懂中国古代原始文献的前提下葛先生作了激烈的判决。他说，哪怕是承认六十四卦序与莱布尼兹二进制有一点点最低的共同基础的想法都是理所当然应该摒弃的，因为“发明六十四卦的那些人所关心的只是用长棍和短棍这两种基本原件来形成一切可能的排列与组合。这些一经形成之后，显然有好几种同样合乎逻辑的排列也是可能的。事实上，其中有两种最

后获得了极大的重要性，虽然其他排法也不难设计出来。把数学的意义归之于六十四卦，其主要的缺点是，没有什么东西是比任何一种定量计算更远离古代《易经》专家们的思想的了。”李约瑟指出“葛兰言已充分地表明了这一点”。“至于研究用阴爻和阳爻的反复交替组成六十四卦的‘变易’的占卜者，他们可以被认为是在进行简单的二进制算术运算，但是他们在这样做的时候，肯定是并没有认识到这一点的。我们必须要求，任何发明——无论是数学的或是机械的——都应该是有意识地作出来并能供使用的。如果《易经》占卜者不曾意识到二进制算术，而且也未曾加以使用，那么，莱布尼茨和白晋的发现就仅仅具有如下的意义，即在邵雍的《易经》解说中所表现的抽象顺序系统是碰巧与包含在二进制算术中的抽象顺序系统相同而已。邵雍在他的《易经》六十四卦排列中偶然碰到并由莱布尼茨使人意识到的二进制算术，可以说是在一种十分真实的意义上早在它被人发现适合于现代人的大型计算机之前，就已经被用来构造哺乳动物的神经系统了。”

这里称之为宣判而不是研究，是因为这个工作本身更像是一个武断而措词激烈的宣言而不是研究，是因为他这种对宣判对象邵雍数学学派起码的常识不知道也不屑于涉及的方式更像一个西方传统上的宗教审判。葛氏宣判中涉及的易学常识性笑话就不值得一说了，下面讲讲行文中的数理常识错误。

葛氏对什么叫排列，什么叫组合，搞不清楚；对什么是二进位制也只有一些感性的印象；当然对排列、组合与序数概念关系问题更是一片模糊。排列是建立序数(自然数)的基础上的抽象的概念，也就是排顺序。其中排列项本身就是序号的代表，从排列本身的意义上说，就是序数，也就是自然数记号。由两种基本符号就可以完全表达的顺序记号系统本身就是二进位制自然数，完全与这两位基本符号的具体形式无关，无论是阴与阳还是长棍与短棍，或者是0与1，都是可以作为二进制基底的等价表示，因为它们是同构的。

组合是在排列概念的基础上进一大步的抽象思维能力，从人类智力发展进化进程上说，要求更高的智力水平，必须相对抽象的分析比较能力和一定的全局概念为基础。就是说，序数概念是排列行为的必然前提，组合概念是排列基础上的智力飞跃。它们都是依从于顺序概念的理性活动，自然是有意识的，离开了对顺序概念的自觉，还能称为排列和组合吗？另外，数学就仅仅等于定量计算么？

为了解释先天易图中的阴爻和阳爻，有学者提出更无稽的畅想：“卦的线条倒不见得代表占卜用的长短棍，而是更多地与自古以来中国肯定在使用的算筹有关。因此，这些符号可能是来源于使用一种以 5 为基的算术，由细线或断线代表其值为 1 的算筹，而粗线或不断线则代表其值为 5 的算筹。”这就是李约所说的“更说得通”的巴尔德设想。不知为什么不从原著出发？假如读不懂的话又有什么资格瞎编呢？这就是二三十年前彻底否定中国祖先发明二进位制的补台大作，它替葛氏给阴爻和阳爻想出了一条出路，这是邵子或朱子原著中找不到的。于是宣判结束，意见得到统一，莱布尼兹以来几百年的西人都错了，“愚笨”的中国古代变易论者怎能和创造奇迹的二进位制相联系呢？

说巴尔德对易学完全不了解，那不是事实，他用二进制转化为普通数字的方法从卦图中“发现了各式各样的幻方”，由于“从《易经》得出的幻方却颇为复杂，因而很难使人相信，中国的变易论在他们编排六十四卦时在内心里曾有过任何这样的思想”。这就是李约瑟的观点，当然也是巴尔德的观点。

以上引用材料均见于李约瑟在《中国科学技术史》中对这一问题的争论的总结，下面总结一下葛兰言与巴尔德所代表的学术界的一致性意见：

A．邵雍的《易经》解说中所表现的抽象顺序系统本身就是二进位制系统。

B．假如这种顺序关系本身对他们来说是有意义的，也就是说，意识到两符号(即阴爻和阳爻)的组合可以用来表示顺序，甚至已经用来表示顺序，那么他们就已发现了二进位制，或者说，他们对位值和零有了某种理解；

C．反之，假如不是有意而是碰巧排出来的，他们就没有发现二进位制，也就是说， 并不能用来说明他们对位值和零有了某种理解。

D．一致性意见是：他们是碰巧排出来的并不是有意用来排序的，所以仅仅是与莱氏不谋而合的

抽象顺序系统而已。

可见关键是意识到还是没意识到这种抽象顺序，亦即意识到与否两符号(即阴爻和阳爻)的组合可以用来表示顺序。答案是显然的，因为这正是先天易的特点。

其实，要是像他们所说的那样是“碰巧”而非“有意”，那才是大大的奇迹呢！下面我们先算算这种概率。

“与莱氏的数不谋而合的抽象顺序系统”是指伏羲六十四卦次序图和方位图。实际上图中共有三个排序，均符合二进位制法则。每一个碰巧排出的概率均约为2/64!，即大约为1/10 89 ，远远低于不可能事件的概率要求。假如是“碰巧”而非“有意”排出，则三个排序互为独立事件，同时得到的概率约为1/10 267 ，当然也是绝对的不可能事件。为了帮助形象地理解这个概率，下面作个说明。根据相对论和量子力学的共同要求，宇宙中有静质量的基本粒子总数上限是10 80 ，宇宙从生到灭约有150亿（1.5×10 10 ）年，一年约有三千万（3×10 7）秒，人生百年约有3×10 9秒，整个宇宙“一生”约有5×10 17 秒。可见有些话说起来轻巧，其实并没那么简单，假设整个宇宙从诞生到灭亡的所有时间内都在按葛兰言所说的方法进行无意识的排序活动，也不可能为碰巧说提供概率上的保证。因此，先天易图只能是有意的而非碰巧的排列结果。实际上大量的古代文献雄辩地证实了这一点，如图的名称就是卦序图或次序图，即已直截了当点明图是次序图，用于排序，并说明是用“一分为二，二分为，四分为八……”的方式构造的，既然是排次序，图中符号系列即是序号。这里从概率的角度加以论证是为了说明即使在没有其他文献的情况下也不能轻易下“碰巧”的结论。另外葛氏等人把作为人类智能活动的产物与自然存在混为一谈，进行偷换概念也是相当不合适的。按照他们的逻辑，早在牛顿发现万有引力定律之前的150亿年，万有引力定律“可以说是在一种十分真实的意义上”“就已经被用来构造”宇宙中物质系统啦。

二、爱顿用分离表解释先天图

还有一位英国的E. J. 爱顿在 8 0 年代为邵雍先天图的产生设计了一个极有创造性的莫名其妙的明暗两种矩形投影分离表，据称用这种投影分离表可以复原先天图，这位富有想象力的学问家于是断言，尽管白晋寄给莱布尼兹的木版伏羲六爻排列图“确实表现出与某种数的体系的相似性”，但是，它“是邵雍利用分离表复原而成的。明暗两种矩形分别加以区别的伏羲排列图的六爻组成，并不能使人想到它与容易理解的数体系的联系。”当时权威学术刊物的《科学史译丛》随即进行了翻译介绍，成为十几年来的一个学术棍子，有的权威人士甚至认为应把有关周易与二进位制的讨论当成国耻来看待。E. J. 爱顿的结论成了最新的权威结论，在各种文献中的引证不下千次，竟没有一个引证中对这个莫名其妙的分离表表示怀疑，乐于以此为评判标准甚至终极真理的中国学者，似乎并不乐于花半小时的时间查证一下相关的古代原著。也许是在一段时期内，对学术问题进行缺席审判早已为大家所熟视了，而且怕踩高压线、跟风附和似乎已经形成了惯性，老成之士当然也乐于继续惯下去。

三、莱布尼兹说了些什么

其实，莱布尼兹本人对二进制的研究到底到了什么程度，诸公很少论及。英国哲学史学会秘书、莱布尼兹学会负责人麦唐纳·罗斯教授的教科书《莱布尼兹》第二章《数学》的第二节《二进位制算法》中在充分介绍和高度评价二进制本身的伟大意义之后指出，二进制对莱布尼兹来说“除了一个非常模糊的草稿而外”，更重要的意义是“神而上的”，而且与他的发明计算器算法毫无关系。这个“非常模糊的草稿”本身罗斯并没有太大兴趣，于是他用不少笔墨引用莱布尼兹的“神而上”文献。现摘如下：

或许只有一个东西能够独立地被设想，那就是神本身——还有无，或者说不存在。这可以通过一个极好的类比弄清楚，……［他概略地论述了二进制记数法，并继续说：］我这里不打算论述这种体

系的巨大用处；只要指出所有的数通过一和无的方式加以表达是何等的美妙就足够了。然而，尽管事物隐秘的秩序使一切事物都产生于纯存在和无这点成为自明的，而人们并无希望在此生中就能达到这种秩序，但是对观念的分析来说，进行证明真理所必须的程度也就足够了。

罗斯接着写道：

莱布尼兹对这个思想感到很骄傲，以致他打算用一个刻有铭文的纪念章来纪念它。铭文是："G.W.莱布尼兹所发现的创造物的典型。"以及"为了从无中派生出一切来，一就够了。"

罗斯在总结性评价中说，"仅就与莱布尼兹有关而言，这一发现最重大的意义是形而上学方面的，或者更确切地说是神而上的，因为它说明了整个宇宙如何可以看成是由数所构成的。"对邵雍数学学派比较熟悉的专家不难发现，上述观点似曾相识，两者有没有内在联系，还须请熟悉中西比较的专家从更大视角加以研究。

<全文完>

更多精彩好书，更多电子书，请登陆交流学习（http://www.3variables.sg）

交流学习